* Módulo 12 – Sistemas de equações lineares

Definições: Sistemas de equações lineares são conjuntos de equações que possuem o mesmo número de incógnitas, e estão associadas entre si, por exemplo:

Tela de computador com texto preto sobre fundo branco

Descrição gerada automaticamente

Em um sistema de equações, temos os coeficientes, que são os números que acompanham as “letras”, chamadas aqui de incógnitas. Nesse exemplo, na equação I, os números 2, 3 e 1 são os coeficientes das incógnitas x, y e z, respectivamente.

Mas, como resolver um sistema de equações? Existem vários métodos para a solução deles, e uma delas é a regra de Cramer, vamos ver como ela funciona?

* **Regra de Cramer**

Essa regra consiste em 3 passos:

- Escrever a matriz dos coeficientes, e calcular o determinante D

- Escrever as matrizes das incógnitas, e calcular o determinante

- Dividir cada determinante da incógnita encontrada pelo determinante dos coeficientes.

Exemplo: Considere o sistema

Uma imagem contendo objeto, relógio

Descrição gerada automaticamente

O primeiro passo é escrever a matriz dos coeficientes, isto é, a matriz que terá apenas os números que acompanham as letras:

Uma imagem contendo Diagrama

Descrição gerada automaticamente

Calculando D, chegaremos em:

Agora, como temos 2 incógnitas, calcularemos Dx e Dy.

Para fazer o cálculo de Dx, substituiremos a primeira coluna pelos coeficientes à direita do sistema, que não acompanham nenhuma incógnita.

Dessa forma, o Dx ficará assim:

Uma imagem contendo Diagrama

Descrição gerada automaticamente

Resolvendo,

Seguiremos a mesma lógica para Dy, porém substituiremos agora, na segunda coluna:

Uma imagem contendo Diagrama

Descrição gerada automaticamente

Por fim, encontraremos o valor de cada incógnita dividindo o valor do determinante dessas incógnitas pelo determinante dos coeficientes:

Porém, nem todo o sistema terá solução, portanto, temos classificações para cada tipo, vamos ver quais são?

* **Classificações**

- Sistema possível determinado (SPD): Ocorre quando há apenas uma solução possível para o sistema. Na regra de Cramer, tanto o determinante dos coeficientes D, quanto os outros determinantes serão diferentes de zero.

- Sistema possível não determinado (SPI): Ocorre quando há infinitas soluções para o mesmo sistema. Na regra de Cramer, um sistema é SPI quando todos os determinantes são iguais à zero.

- Sistema impossível (SI): Ocorre quando não conseguimos representar algum tipo de solução para o sistema. Na regra de Cramer, o determinante dos coeficientes será igual a zero, e os outros serão diferentes de zero.

* **Outras regras para a solução de sistemas lineares**

1. **Regra da substituição:**

Podemos obter os valores de x e y isolando uma das incógnitas de uma das equações, e substituindo o que encontrarmos em outra.

Ex: Considerando o mesmo sistema anterior:

Uma imagem contendo objeto, relógio

Descrição gerada automaticamente

Se isolarmos a incógnita x na primeira equação, obteremos:

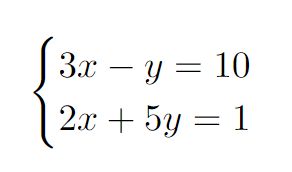
Substituindo a incógnita x na segunda equação pelo que encontramos, teremos:

Como y = 3/5, segue que

Como podemos observar, os resultados obtidos são os mesmos anteriormente.

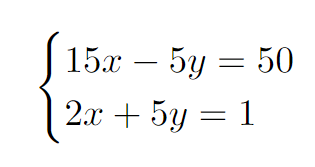
1. **Adição/subtração:** Esse método consiste em aplicar uma transformação em uma equação, de forma que possamos somar ou subtrair uma equação com a outra, e assim, eliminar uma das incógnitas.

Ex - Considere o sistema:



Como podemos observar, ao somarmos uma equação com outra ou subtrair, não iremos eliminar nenhuma das incógnitas, entretanto podemos fazer transformações, por exemplo, multiplicar a primeira equação por 5 para eliminar y, ou as duas por 6 para eliminar x, ou dividir a segunda por -5 para eliminar y, etc.

Nesse exemplo, vamos multiplicar a primeira por -5, visto que é a maneira mais simples:



Observe, que agora, ao somar as equações, obteremos como resultado , ou seja, x = 3.

O próximo passo é substituir o valor de x em uma das duas equações do nosso sistema. Escolhendo a segunda por exemplo, teremos que , portanto y = -1.

Uma dica para verificar se nossa resolução está certa é substituir os resultados encontrados nas equações dos sistemas:

15\*3 + 5 = 50

2\*3 -5 = 1